

# Modalanalyse mit ArtemiS SUITE

Beschreibung der verwendeten Methode und Anwendungsbeispiele

Tim Kamper | Imke Hauswirth

## ÜBER DIESES DOKUMENT

### *Thema / Startpunkt*

Die Auswertung von Transferfunktionen, die im Rahmen einer experimentellen Modalanalyse gemessen wurden, benötigt spezielle Analysesoftware. Mit deren Hilfe können die modalen Parameter von Teststrukturen bestimmt und wichtige Informationen über deren dynamisches Verhalten gewonnen werden. Den Software-Applikationen liegen verschiedene Berechnungsmethoden zugrunde.

### *Inhalt*

Das vorliegende Dokument bietet

- eine kurze Einführung in die Modalanalyse
- Hintergrundinformationen zu der im Modalanalyse-Projekt von ArtemiS SUITE verwendeten Berechnungsmethode und deren Implementierung
- Anwendungsbeispiele, die einen Einblick in die Bedienung und das Potenzial des verwendeten Algorithmus geben.

### *Zielgruppe*

Das Dokument wurde insbesondere für Leser und Leserinnen geschrieben, die sich über die technischen Hintergründe und die Möglichkeiten der Modalanalyse mit ArtemiS SUITE informieren möchten. Die Beschreibung der verfügbaren Werkzeuge und deren Anwendung kann dazu herangezogen werden, den Nutzen für die eigene Aufgabenstellung und die Anwendbarkeit im Arbeitsalltag zu bewerten.

# INHALT

1	<u>EINFÜHRUNG</u>	<u>3</u>
2	<u>PARAMETER-EXTRAKTION: LEAST-SQUARES COMPLEX FREQUENCY-METHODE (LSCF)</u>	<u>5</u>
3	<u>PRAKTISCHE ANWENDUNG</u>	<u>7</u>
	BEISPIEL 1: DREHMOMENTSTÜTZE E-FAHRZEUG	7
	BEISPIEL 2: ANTRIEBSSTRANG E-FAHRZEUG	15
4	<u>LITERATURHINWEISE</u>	<u>18</u>

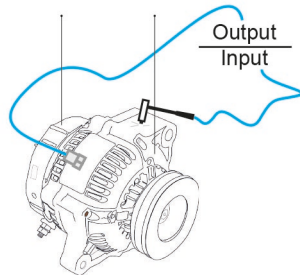
# 1 EINFÜHRUNG

## Experimentelle Modalanalyse

Das Ziel der experimentellen Modalanalyse (EMA) ist, die strukturdynamischen Eigenschaften einer realen Struktur zu bestimmen. Dies kann z. B. dazu dienen,

- die Ursache von Schall- und Schwingungsproblemen zu finden und die Übertragungswege zu optimieren.
- Schwachpunkte einer Struktur bezüglich dynamischer Belastungen zu lokalisieren und verschiedene Ansätze zu deren Verbesserung zu bewerten.
- numerische Berechnungsmodelle zu validieren oder zu parametrieren.

## Bestimmung der modalen Parameter



Die Grundlage für die Modalanalyse bilden die gemessenen Transferfunktionen. Eine Transferfunktion beschreibt den messtechnisch ermittelten Zusammenhang zwischen einer Anregungskraft und der durch diese an einem Punkt der Struktur angeregten Schwingung. Aus den Transferfunktionen werden dann die modalen Parameter extrahiert: die Eigenfrequenzen, die modale Dämpfung und die dazugehörigen Eigenformen. Zusammen führen

diese Parameter zu einem tieferen Verständnis des strukturdynamischen Verhaltens.

## Der LSCF-Algorithmus

Um den Anwender bei der Extraktion der modalen Parameter zu unterstützen, wurden in der Vergangenheit viele verschiedene Algorithmen entwickelt. Das Modalanalyse-Projekt in ArtemiS SUITE verwendet eine Implementierung auf Basis der Least-Squares Complex Frequency-Methode (LSCF-Methode). Abbildung 1 zeigt die Rolle der LSCF-Methode innerhalb der Modalanalyse. Als Eingangsdaten benötigt die LSCF-Methode die gemessenen Transferfunktionen. Darüber hinaus müssen für ein optimales Ergebnis geeignete Einstellungsparameter für die LSCF-Methode definiert werden. Die Ausgangsgröße sind die sogenannten Polstellen. Aus diesen können die modalen Parameter (Eigenfrequenzen, modale Dämpfungen und Eigenformen) bestimmt werden.

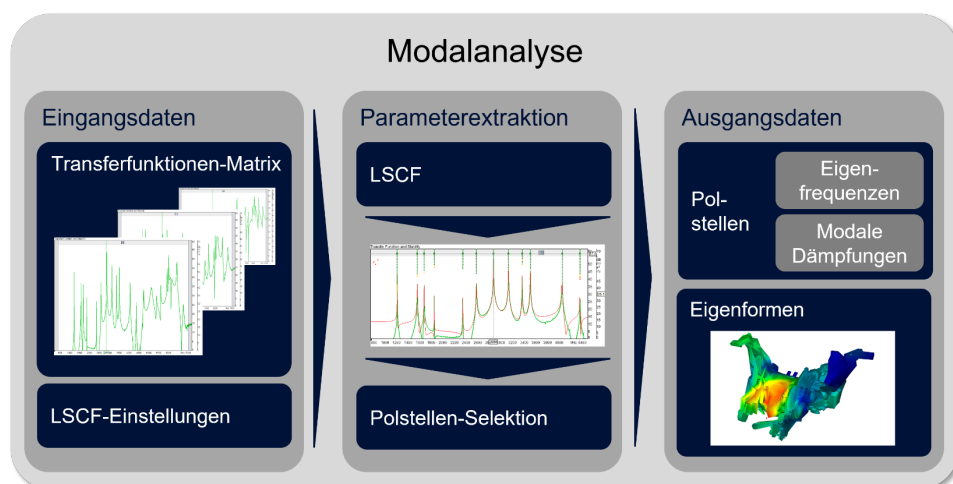


Abbildung 1: Übersicht LSCF-Methode und ihre Rolle in der Modalanalyse

Das folgende Kapitel erläutert in Auszügen die theoretischen Hintergründe der LSCF-Methode, ihrer Einstellungsparameter und ihrer Ausgangsgrößen. Das dritte Kapitel ergänzt die theoretischen Ausführungen mit praktischen Beispielen aus Anwendersicht.

*Vorteile des LSCF-Algorithmus* Die Auswahl der LSCF-Methode als Basis für die Implementierung im Modalanalyse-Projekt der ArtemiS SUITE wurde unter anderem aufgrund ihrer Vielseitigkeit getroffen. Sie eignet sich z. B. für

- Anwendungen mit einem breiten Frequenzbereich
- Strukturen mit nah beieinanderliegenden Polstellen in den Übertragungsfunktionen
- einen breiten Dämpfungsbereich

Die Vielseitigkeit der LSCF-Methode erlaubt es, ohne umfangreiches Expertenwissen gute Ergebnisse für ein breites Spektrum an Anwendung zu erzielen. Zwar gäbe es für einige Anwendungen Spezialalgorithmen, die noch ein wenig genauere Ergebnisse liefern könnten. Allerdings muss der Anwender für deren Anwendung eben auch über ein hohes Maß an Spezialkenntnissen verfügen, um den für seine Anwendung genau richtigen Algorithmus auszuwählen und korrekt zu parametrieren. Speziell für Anwender, die sich mit der Masse an unterschiedlichen Algorithmen sowie deren Vor- und Nachteilen nicht detailliert auskennen, bietet die Vielseitigkeit der implementierten Methode also viele Vorteile. Zudem ist sie besonders effizient, da sie sowohl für den Speicherplatzbedarf als auch für die benötigte Rechenzeit optimiert wurde.

## 2 PARAMETER-EXTRAKTION: LEAST-SQUARES COMPLEX FREQUENCY-METHODE (LSCF)

Entwicklung  
LSCF-Methode

Ursprünglich wurde die Least-Squares Complex Frequency-Methode (LSCF-Methode) verwendet, um Startwerte für einen anderen Algorithmus zur Polstellen-Ermittlung zu liefern [2]. Es stellte sich jedoch heraus, dass die durch die LSCF-Methode ermittelten Polstellen bereits sehr gut waren und keine Optimierung mehr benötigten. Seitdem setzen die LSCF-Methode und ihre in [1] vorgestellte Multireferenz-Implementierung (Poly-LSCF) Maßstäbe bezüglich Robustheit und Geschwindigkeit und finden in leichten Abwandlungen und unterschiedlichen Bezeichnungen in einer Vielzahl von Modalanalyse-Programmen Verwendung.

Nachfolgend werden vereinfacht die Grundzüge des Algorithmus vorgestellt. Für vollständige Informationen zur Implementierung sei auf tiefergehende Literatur verwiesen [1], [3].

Matrix der  
Transferfunktionen

Das Verhältnis von Anregungen und Antworten wird dabei beschrieben durch die Matrix der gemessenen Transferfunktionen  $\hat{H}(\omega) \in \mathbb{C}^{N_o \times N_I}$  mit  $N_o$  = Anzahl der Antworten und  $N_I$  = Anzahl der Anregungen. Es wird angenommen, dass die Matrix der Transferfunktionen sich annähern lässt durch den folgenden Ausdruck:

$$\hat{H}(\omega) = N(\omega) \cdot D^{-1}(\omega)$$

Dabei ist  $N(\omega) \in \mathbb{C}^{N_o \times N_I}$  die Matrix des Zählerpolynoms und  $D(\omega) \in \mathbb{C}^{N_I \times N_I}$  die Matrix des Nennerpolynoms. Für jede Zeile der Matrix der Transferfunktionen gilt:

$$\hat{H}_i(\omega) = N_i(\omega) \cdot D^{-1}(\omega) \quad i = 1, 2, \dots, N_o$$

Berechnung des  
Zählerpolynoms

Das Zählerpolynom wird beschrieben durch:

$$N_i(\omega) = \sum_{j=0}^n B_{ij} \Omega_j(\omega) \quad B_{ij} \in \mathbb{R}^{1 \times N_I}$$

Dabei ist  $n$  die Modellgröße und somit eine Eingangsgröße für den Algorithmus und  $B_{ij}$  sind die Polynomkoeffizienten des Zählerpolynoms. Je größer die Modellgröße gewählt wird, desto mehr Freiheitsgrade hat das modale Modell. Jeder Freiheitsgrad ermöglicht die Approximation/Erfassung einer Resonanz in den Transferfunktionen. Wird die Modellgröße zu niedrig gewählt, verhindert dies, das System durch das modale Modell mit ausreichender Genauigkeit anzunähern. Andererseits erhöht eine große Modellgröße die Berechnungszeit, da sich durch eine große Modellgröße die im Algorithmus verwendeten Matrizen vergrößern.

In der obigen Gleichung ist  $\Omega$  die Ansatzfunktion für den polynominalen Ansatz:

$$\Omega_i(\omega) = e^{j\omega\Delta t_i}$$

Berechnung des  
Nennerpolynoms

Das Nennerpolynom wird beschrieben durch:

$$D(\omega) = \sum_{j=0}^n A_j \Omega_j(\omega) \quad A_j \in \mathbb{R}^{N_I \times N_I}$$

Dabei sind  $A_j$  die Polynomkoeffizienten des Nennerpolynoms. Durch einen linearisierten Least-Squares-Ansatz lassen sich die Polynomkoeffizienten

abschätzen. Aus den Koeffizienten des Nennerpolynoms  $A_j$  lässt sich die sogenannte Companion-Matrix formulieren:

Companion-Matrix

$$A_C = \begin{bmatrix} A'_{n-1} & \dots & A'_1 & A'_0 \\ I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} A'_j &= -A_n^{-1}A_j \\ I &= \text{Identitätsmatrix} \end{aligned}$$

Die Eigenwerte der Companion-Matrix bezeichnet man als Polstellen. Aus den Eigenvektoren lassen sich die sogenannten Modal Participation Factors ableiten. Die Polstellen stehen in folgendem Zusammenhang mit Eigenfrequenz und Dämpfung:

$$\lambda_r, \lambda_r^* = -\xi_r \omega_r \pm j \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad \begin{aligned} * &= \text{Konjugiert Komplex} \\ \xi &= \text{Dämpfungsrate} \\ \omega_r &= \text{Eigenkreisfrequenz [rad/s]} \end{aligned}$$

Stabilitätsdiagramm

Die Berechnung wird iterativ mit steigender Modellgröße  $n$  durchgeführt, bis zu der durch den Nutzer definierten maximalen Modellgröße. Anschließend wird mithilfe des Stabilitätsdiagramms (vgl. **Abbildung 7**) bestimmt, wie sich die Polstellen über die Iterationen verhalten bzw. wie stark die Ergebnisse über den Iterationen schwanken. Neben grundsätzlichen Ungenauigkeiten aufgrund der Messdatenqualität lassen sich diese Schwankungen der identifizierten Polstellen auf eine zu geringe Modellgröße zurückführen. Bei einer zu geringen Modellgröße verfügt der Algorithmus über zu wenig Freiheitsgrade, so dass nicht alle Polstellen identifiziert werden können. Die gefundenen Polstellen müssen dann die Einflüsse der nicht identifizierten Polstellen mit ausgleichen und weisen falsche Werte auf, die starken Schwankungen unterliegen. Ab der Iteration, bei der alle physikalisch vorhandenen Polstellen auch gefunden werden, nimmt die Schwankung in den Parametern der Polstellen ab und sie werden bei geeignet gewählten Randbedingungen als stabil identifiziert (vgl. **Seite 9**).

Als Randbedingung des Auswahlprozesses wird eine Mindestanzahl von „ähnlichen“ Polstellen benötigt, bei deren Erreichung eine Polstelle als stabil gewertet wird. Außerdem müssen Ähnlichkeitskriterien für Dämpfung und Frequenz vorgegeben werden. Anhand dieser Kriterien erfolgt die Auswahl der Polstellen.

Approximation der Transferfunktionen

Unter Kenntnis der Polstellen können die gemessenen Transferfunktionen durch die folgende Formel angenähert werden.

$$\begin{bmatrix} H_1(\omega) \\ \vdots \\ H_{N_o}(\omega) \end{bmatrix} = \sum_{r=1}^{N_m} \left( \frac{\Phi_r L_r^T}{j\omega - \lambda_r} + \frac{\Phi_r^* L_r^H}{j\omega - \lambda_r^*} \right) - \frac{LR}{\omega^2} + UR$$

LR (Lower Residual) und UR (Upper Residual) berücksichtigen dabei die Einflüsse von Moden außerhalb der Grenzen des betrachteten Frequenzbereichs. Da die Polstellen  $\lambda_r$  und die Modal Participation Factors  $L_r$  aus den Eigenwerten und Eigenvektoren der Companion-Matrix bekannt sind, sind die Eigenmoden  $\Phi_r$  sowie das Lower und Upper Residual die einzigen Unbekannten und können mit einem Least-Squares-Ansatz bestimmt werden. Dadurch ist das modale Modell der vermessenen Struktur inklusive aller modalen Parameter (Eigenfrequenzen, Dämpfungen, Eigenmoden) ermittelt.

### 3 PRAKTISCHE ANWENDUNG

#### BEISPIEL 1: DREHMOMENTSTÜTZE E-FAHRZEUG

Im Folgenden wird die experimentelle Modalanalyse der Drehmomentstütze eines E-Fahrzeugs mit ArtemiS SUITE beschrieben. Das Ziel dieser Analyse ist die Validierung der Ergebnisse einer numerischen Modalanalyse. Dabei kommen verschiedene Werkzeug zum Einsatz:

- Messpunktbibliothek
- Impulshammer-Messung
- Modalanalyse-Projekt
- Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt



Messaufbau  
Drehmomentstütze

Für die Messungen der Transferfunktionen wird die Drehmomentstütze ausgebaut und mithilfe eines angeklebten Nylonfadens an einem Gummiseil aufgehängt, um ein freies Schwingungsverhalten anzunähern. Die Messungen werden mit der Methode



„Roving Hammer“ durchgeführt: Dazu wird die Struktur mit einem Hammer an verschiedenen Positionen angeregt. Die Strukturantwort wird mit einem Beschleunigungsaufnehmer an einer festen Position gemessen. Dies hat den Vorteil, dass sich der Masseinfluss der Sensoren zwischen den einzelnen Messungen nicht ändert.

Abbildung 2: Messaufbau Drehmomentstütze

Messpunktbibliothek



Die Basis für die Messungen und Analysen in ArtemiS SUITE bildet die Messpunktbibliothek. Im Allgemeinen sind in einer solchen Bibliothek alle Messpunkte aufgelistet, an denen gemessen oder angeregt wird. Zusätzlich kann in der Messpunktbibliothek ein 3D-Modell des Messobjekts geladen werden. Ein solches 3D-Modell (zum Beispiel aus einem CAD-Programm) liefert dann zusätzliche Modellpunkte, die die Geometrie des Messobjekts genauer beschreiben.

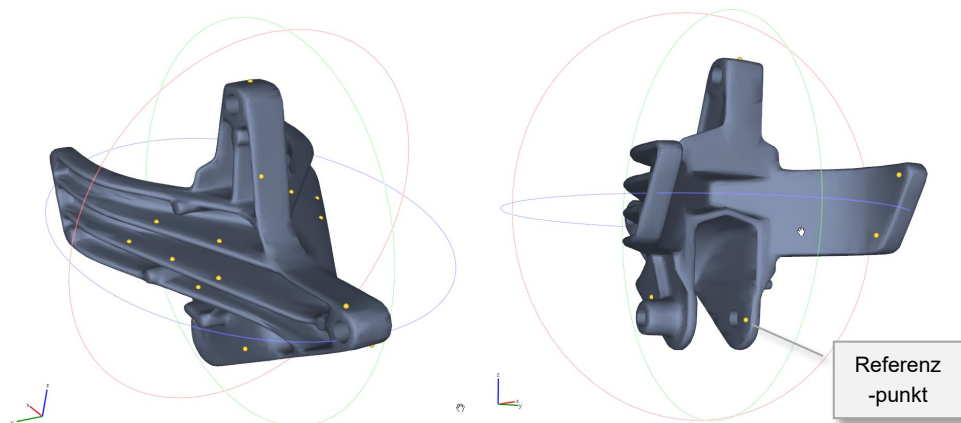


Abbildung 3: Darstellungen der Messpunkte und Modellpunkte der Drehmomentstütze in der Messpunktbibliothek



## Impulshammer-Messung



Die Messungen werden mit der Funktion *Impulshammer-Messung (Roving Hammer)* durchgeführt. Im vorliegenden Beispiel wird die Drehmomentstütze an 22 Messpunkten in jeweils 2 bzw. 3 Raumrichtungen mit dem Impulshammer angeregt. Die Systemantwort wird an einem Referenzpunkt in uniaxialer Richtung gemessen. Insgesamt werden für das vorliegende Beispiel 51 Übertragungsfunktionen bestimmt.

Die Impulshammer-Messung der ArtemiS SUITE unterstützt den Anwender bei der Parametrierung (z. B. Abtastrate, Fensterlänge und Fensterfunktion) und führt ihn Punkt für Punkt durch alle in der Messpunktliste definierten Messpunkte.

## Modalanalyse-Projekt



Nach Abschluss der Messungen erfolgt die eigentliche Modalanalyse im Modalanalyse-Projekt. In diesem Projekt werden die messtechnisch erfassten Transferfunktionen analysiert und die modalen Parameter bestimmt. Nach dem ersten Öffnen des Modalanalyse-Projekts muss die Messpunkt-bibliothek und die dazu passenden Transferfunktionen ausgewählt werden. Abbildung 4 zeigt das Modalanalyse-Projekt für das Drehmomentstützen-Beispiel nach dem ersten Öffnen.

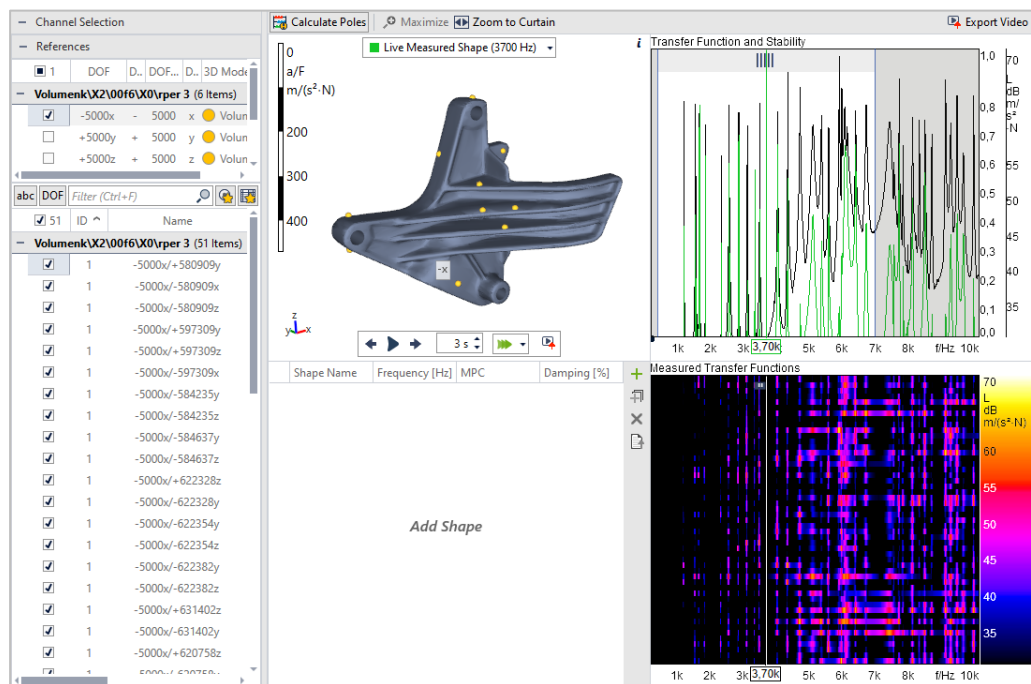


Abbildung 4: Benutzeroberfläche Modalanalyse-Projekt

## Referenzpunkt(e) und Frequenzbereich

Liegen Daten einer Messung mit mehreren Referenzpunkten vor, können diese für die Auswertung falls erforderlich an- oder abgewählt werden (Multi Reference). Danach kann der Frequenzbereich für die Modalanalyse definiert werden. Im vorliegenden Beispiel soll der Frequenzbereich von ca. 500 Hz bis ca. 7000 Hz untersucht werden.

## Festlegung der Modellgröße

Als nächstes wird die Modellgröße für die Polstellenberechnung eingestellt (*Highest Model Size*, siehe Abbildung 5). Dieser Wert bestimmt den maximalen Grad des Polynoms aus dessen Koeffizienten die Companion Matrix gebildet wird (vgl. **Seite 6**). Die Bildung der Companion Matrix und die Berechnung ihrer Eigenwerte wird iterativ mit fortlaufend steigender Modellgröße bis zu der durch den Nutzer definierten maximalen Modellgröße durchgeführt. Alternativ zur manuellen Eingabe durch den Nutzer bietet das Modalanalyse-Projekt die Möglichkeit, diese automatisch auf Basis der Messdaten durch ein neuronales Netz bestimmen zu lassen [4].

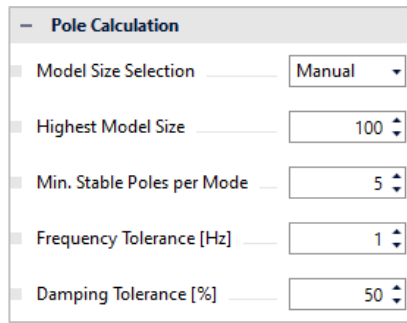


Abbildung 5: Parameter zur Polstellenberechnung, die für das vorliegende Beispiel verwendet wurden

Je höher die Modellgröße ist, desto mehr Freiheitsgrade stehen zur Verfügung und desto mehr Eigenwerte, auch Polstellen genannt, werden durch den Algorithmus gefunden. Allerdings können durch eine höhere Anzahl an Iterationen auch ungewünschte Effekte auftreten. Wenn die Modellgröße im Verhältnis zu den realen Polstellen zu groß ist, werden unter Umständen auch Polstellen in den Störanteile (z. B. durch Rauschen verursacht) der Transferfunktionen gefunden. Außerdem steigt die Rechenzeit je mehr Iterationen berechnet werden und umso komplexer das Modell ist.

#### Stabilitätsdiagramm

Das Ergebnis für jede Modellgröße (Iteration), bestehend aus Frequenz und Dämpfung, wird an das Stabilitätsdiagramm übergeben. Dieses Diagramm zeigt an, wie stark die Ergebnisse über den Iterationen schwanken. Dazu wird die Ähnlichkeit der Polstellen anhand der durch den Anwender festgelegten Parameter bewertet. Das Ergebnis sind die farbigen Polstellenpunkte im Stabilitätsdiagramm (siehe Abbildung 6). Die Farbe der Punkte gibt Auskunft über deren Stabilität bezogen auf die verschiedenen Iterationen:

- Bei einem roten Punkt handelt es sich um einen instabilen Pol, dessen Frequenz und Dämpfung bei unterschiedlichen Iterationen deutlich variieren.
- Bei einer gelben Polstelle variiert die Frequenz bei unterschiedlichen Iterationen innerhalb festgelegter Toleranzen, aber die Dämpfung zeigt deutliche Abweichungen.
- Ein grüner Punkt zeigt einen stabilen Pol, dessen Frequenz und Dämpfung bei den unterschiedlichen Iterationen innerhalb der festgelegten Toleranzen bleibt.

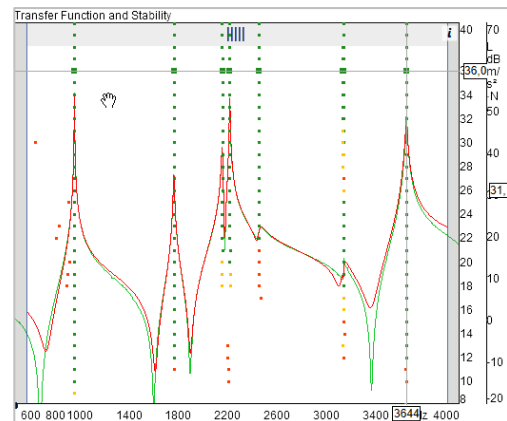


Abbildung 6: Stabilitätsdiagramm mit farblich markierten Polstellen

#### Parameter zur Polstellenbewertung

Über den Wert *Minimale Anzahl stabiler Pole pro Mode* kann der Anwender festlegen, wann eine Polstelle im Stabilitätsdiagramm als stabil angezeigt wird. Der Wert bestimmt die minimale Anzahl an Iterationen, für die eine Polstelle bestimmte Toleranzen für Frequenz und Dämpfung einhalten muss. Die Toleranzen für die Ähnlichkeit von Polstellen gibt der Anwender mit den Werten *Frequenztoleranz* und *Dämpfungstoleranz* an. Beim Überprüfen der Stabilität der Polstellen wird durch den Algorithmus zunächst die Frequenzabweichung untersucht, danach die Abweichungen bei der Dämpfung.

Nach der Berechnung der Polstellen ergibt sich das in Abbildung 7 dargestellte Stabilitätsdiagramm.

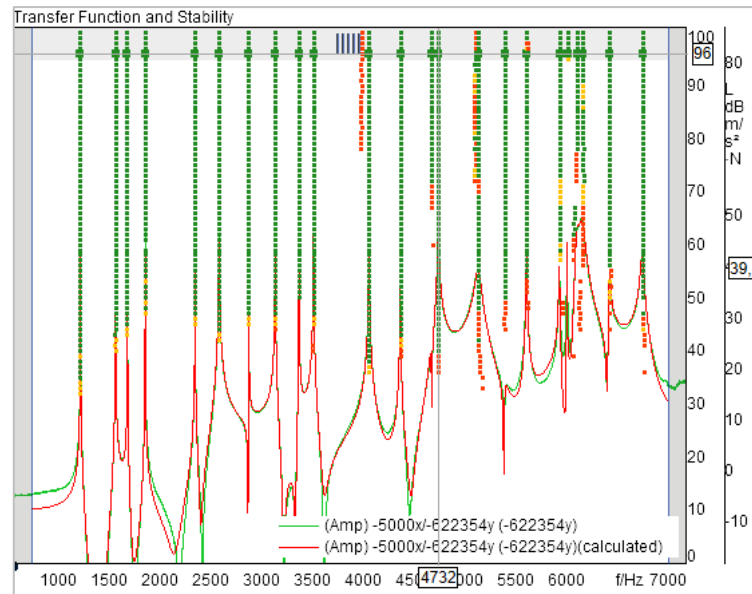
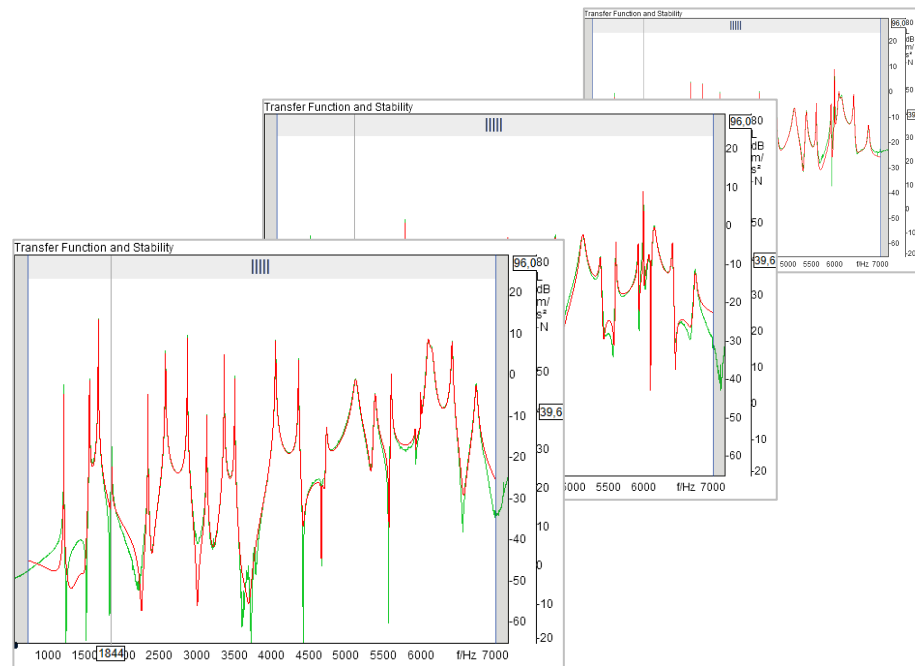


Abbildung 7: Stabilitätsdiagramm für die Modalanalyse der Drehmomentstütze

Einige der gefundenen Polstellen sind vergrößert dargestellt. Diese markieren die Polstellen, auf deren Basis das Curve Fitting für die Approximation der Transferfunktionen durchgeführt wird. Zusätzlich zu der gemessenen Transferfunktion in grün wird nach der Berechnung die durch das Curve Fitting approximierte Transferfunktion in rot dargestellt.

Vergleich der gemessenen  
und approximierten  
Transferfunktionen

Im ersten Ansatz werden durch das Modalanalyse-Projekt zunächst die Polstellen aus der Iteration mit den geringsten Abweichungen bei den Polfrequenzen für das Curve Fitting ausgewählt. Dabei werden nur stabile Polstellen verwendet. Die horizontale Hilfslinie erleichtert das Ablesen der dabei verwendeten Modellgröße. Durch ein Durchscrollen der verschiedenen Transferfunktionen kann nun ein visueller Abgleich der approximierten zu den gemessenen Transferfunktionen erfolgen (siehe Abbildung 8).



**Abbildung 8:** Vergleich der gemessenen und approximierten Transferfunktionen

Die beiden Kurven sollten eine gute Übereinstimmung vor allem an den Maxima aufweisen. Ist dies der Fall, sind die Polstellen für das Curve Fitting gut ausgewählt. Ist die nicht der Fall, sollte die Auswahl der Polstellen angepasst werden. Die durch das Modalanalyse-Projekt automatisch ausgewählten Polstellen liefern in den meisten Anwendungsfällen bereits eine sehr gute Basis für das Curve Fitting, so dass gemessene und approximierte Transferfunktionen gut übereinstimmen. Die vorausgewählten Polstellen können daher in der Regel ohne Anpassungen übernommen werden.

*Schwingungsformtabelle*

Im nächsten Schritt werden daher die berechneten Eigenmoden mit Eigenfrequenz und Dämpfung für weitere Untersuchungen in die Schwingungsformtabelle eingefügt. Neben den modalen Parametern Frequenz und Dämpfung wird in dieser Tabelle auch der MPC-Wert (Modal Phase Collinearity) für jede Eigenmode angegeben (siehe Abbildung 9).

*MPC-Wert*

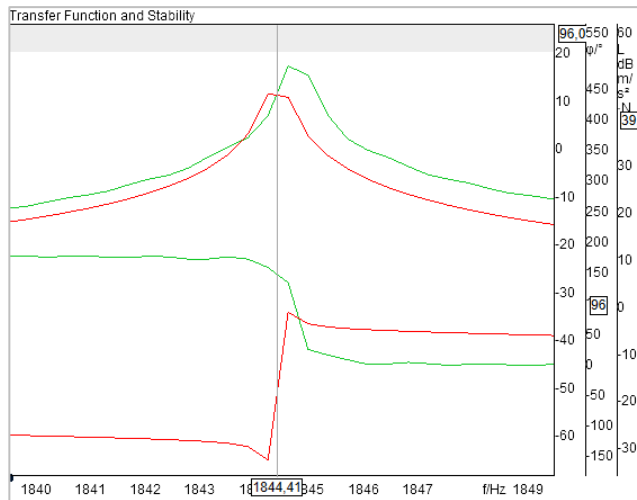
Der MPC-Wert kann als Hilfsmittel zur Qualitätsüberprüfung der berechneten Eigenmoden dienen. Er beschreibt die Kollinearität der Phase der gemessenen Punkte bei einer bestimmten Frequenz. Der MPC-Wert hat einen Wertebereich von 0 bis 1, wobei 1 für eine hohe Kollinearität der Phase der einzelnen Messpunkte steht., d. h. die Messpunkte schwingen gleichphasig bzw. um 180° entgegengesetzt. Je größer die Phasenunterschiede der Messpunkte sind, desto mehr tendiert der Wert gegen 0.

Shape Name	Frequency [Hz]	MPC	Damping [%]
Mode Shape (1207 Hz)	1207	0,795	0,0163
Mode Shape (1552 Hz)	1552	0,983	0,0741
Mode Shape (1670 Hz)	1670	0,864	0,0400
Mode Shape (1844 Hz)	1844	0,146	0,00596
Mode Shape (2336 Hz)	2336	0,701	0,02452
Mode Shape (2572 Hz)	2572	0,976	0,08432
Mode Shape (2866 Hz)	2866	0,849	0,02904
Mode Shape (3126 Hz)	3126	0,918	0,04888
Mode Shape (3360 Hz)	3360	0,824	0,03025
Mode Shape (3502 Hz)	3502	0,878	0,03500
Mode Shape (4050 Hz)	4050	0,915	0,07268
Mode Shape (4358 Hz)	4358	0,928	0,05048
Mode Shape (4665 Hz)	4665	0,848	0,13434
Mode Shape (4732 Hz)	4732	0,752	0,17173
Mode Shape (5127 Hz)	5127	0,874	0,58814
Mode Shape (5384 Hz)	5384	0,932	0,22904
Mode Shape (5603 Hz)	5603	0,822	0,06106
Mode Shape (5925 Hz)	5925	0,907	0,06632
Mode Shape (6000 Hz)	6000	0,777	0,01104
Mode Shape (6095 Hz)	6095	0,732	0,27475
Mode Shape (6153 Hz)	6153	0,456	0,45309
Mode Shape (6420 Hz)	6420	0,774	0,11744
Mode Shape (6743 Hz)	6743	0,907	0,23389

**Abbildung 9:** Schwingungsformtabelle für die Modalanalyse der Drehmomentstütze

*Bewertung der berechneten Eigenmoden*

Ein hoher MPC-Wert ist ein erster Hinweis darauf, dass die extrahierte Eigenmode real existiert. Andererseits stellt ein niedriger MPC-Wert kein sofortiges Ausschlusskriterium dar. Eigenmoden mit einem niedrigen MPC-Wert sollten nicht ohne Prüfung aus der Schwingungsformtabelle gelöscht und aus der folgenden Auswertung ausgeklammert werden. Stattdessen sollten Moden mit niedrigem MPC-Wert durch den Anwender individuell überprüft werden. Im vorliegenden Beispiel besitzt die Eigenmode bei 1844 Hz einen sehr niedrigen MPC-Wert von 0,148. Diese Mode konnte mit dem verwendeten Mess-Setup nicht optimal angeregt und gemessen werden. Es ist aber in allen Transferfunktionen ein Resonanzpeak bei dieser Frequenz erkennbar. Mit den gewählten Polstellen konnte allerdings der Phasenverlauf für diese Eigenmode nicht für alle Transferfunktionen gut approximiert werden. Dies führt dazu, dass die Bewegung einiger Punkte nicht in der korrekten Phasenbeziehung zu den anderen Messpunkten steht und somit zum Einbruch des MPC-Wertes. Um dies zu überprüfen, kann im Stabilitätsdiagramm auch die Phase angezeigt werden. Abbildung 10 zeigt die Amplitude und Phase für die Eigenmode bei 1844 Hz beispielhaft für einen Messpunkt mit großer Phasenabweichung.

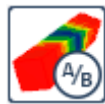


**Abbildung 10:** Berechnete und approximierte Amplitude und Phase bei 1844 Hz

Da in allen Transferfunktionen ein Peak bei der Frequenz 1844 Hz vorhanden ist, sollte die entsprechende Frequenz als Eigenfrequenz in der Schwingungsformentabelle belassen werden. Die berechnete Eigenmode dieser Frequenz ist allerdings fehlerbehaftet und muss kritisch betrachtet werden. Eine später durchgeführten numerischen Simulation für die Drehmomentstütze bestätigt dies: Auch bei der Simulation wird diese Eigenfrequenz gefunden, die Eigenmode hat aber eine andere Form.

Die Ergebnisse der Modalanalyse sind die Angaben in der Schwingungsformentabelle zu Eigenfrequenz und Dämpfung für die berechneten Eigenmoden. Diese können zum Beispiel im Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt weiter untersucht werden.

*Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt*



Im Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt können die Ergebnisse aus einer Schwingungstabelle mit sich selbst oder mit den Ergebnissen einer anderen Berechnung oder einer Simulation verglichen werden. Das Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt stellt für diesen Vergleich automatisch eine (Auto-)MAC-Matrix dar. Das Modal Assurance Criterion (MAC) ist eine mathematische Vergleichsmethode, die auf der Auswertung der Eigenmoden in Form der komplexen Eigenvektoren basiert. Jedes Matrixelement ist ein Maß für die Übereinstimmung zwischen den Eigenvektoren. Stimmen die Eigenvektoren überein, ist das Matrixelement gleich 1. Sind die beiden Eigenvektoren zueinander orthogonal, ist es 0. Die Auto-MAC-Matrix vergleicht die Eigenvektoren eines modalen Modells mit sich selbst und besitzt so viele Spalten und Zeilen wie Eigenvektoren in der geladenen Schwingungsformentabelle vorliegen.

*Auswertung der Auto-MAC-Matrix*

In einer Auto-MAC-Matrix besitzen die Werte der Diagonalen immer den Wert 1, da hier der jeweilige Eigenvektor mit sich selbst verglichen wird. Die Werte abseits der Diagonalen sollten nahe 0 sein. Treten abseits der Diagonalen hohe Werte auf, ist das ein Hinweis darauf, dass das modale Modell die Realität unzureichend beschreibt. Die Ursache hierfür ist eine für die Messaufgabe nicht ausreichende geometrische Auflösung des Messgitters. Dadurch wird Information nicht erfasst und die betreffenden Eigenvektoren sind demnach unvollständig und ähneln sich zu stark.

Liegt ein numerisches Modell vor, kann mithilfe der Auto-MAC-Matrix vor der Messung die optimale geometrische Auflösung des Messgitters bestimmt werden. Durch iterative Auswertung der Auto-MAC-Matrix für Modelle mit steigender Anzahl an virtuellen Messpunkten kann ermittelt werden, welche Auflösung notwendig ist, um alle geforderte Information zu erfassen.

Die Auto-MAC-Matrix für die Eigenmoden der Drehmomentstütze ist in Abbildung 11 dargestellt. Sie zeigt die gewünschten hohen Werte in der Diagonale. Die übrigen Werte sind ausreichend niedrig.

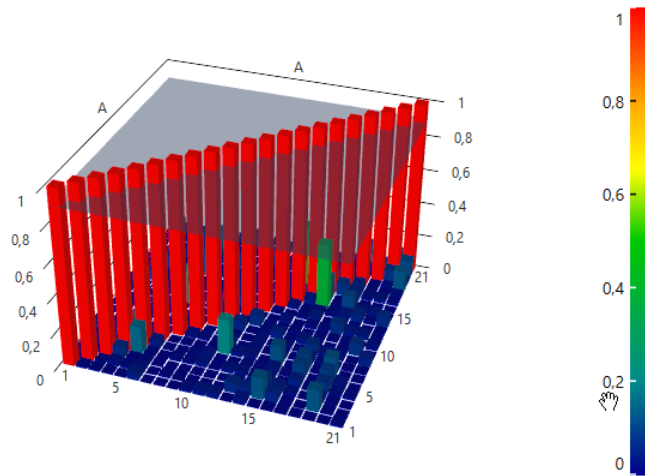


Abbildung 11: Auto-MAC-Matrix für die berechneten Eigenmoden der Drehmomentstütze

Vergleich mit Ergebnissen aus Simulation

Als nächstes können die Ergebnisse aus der experimentellen Modalanalyse im Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt zum Beispiel mit den Ergebnissen einer numerischen Simulation verglichen werden. Dazu wird zusätzlich zur Schwingungsformtabelle aus dem Modal-Analyse-Projekt die aus einer numerischen Simulation geladen und die MAC-Matrix berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 12 dargestellt. Die zu höheren Frequenzen abfallenden MAC-Werte werden dadurch verursacht, dass bei steigenden Frequenzen kleine Unterschiede in der Positionierung der realen und virtuellen Sensoren einen zunehmenden Einfluss haben. Außerdem ist, wie erwartet, bei der Frequenz von 1844 Hz eine schlechtere Übereinstimmung zu erkennen, da die entsprechende Eigenmode durch das modale Modell nicht genau abgebildet werden konnte (vgl. Seite 12f).

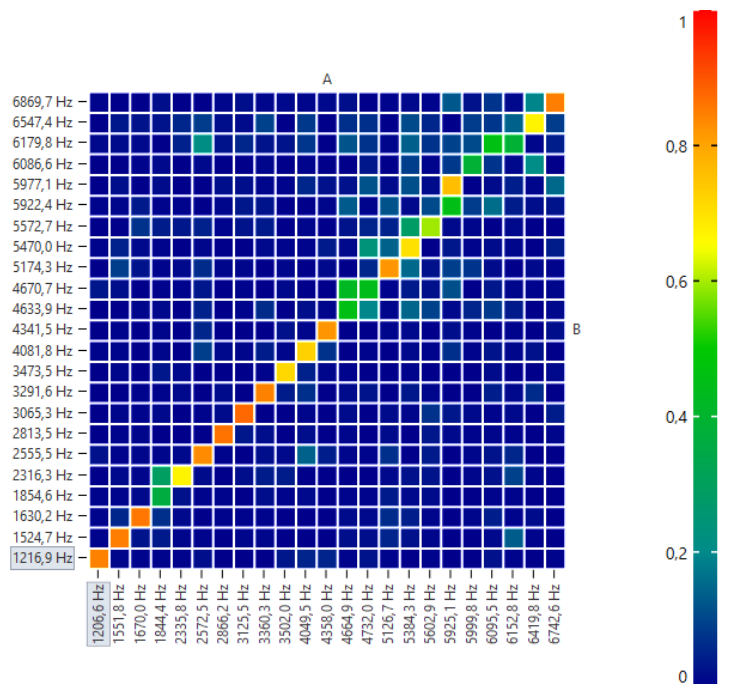


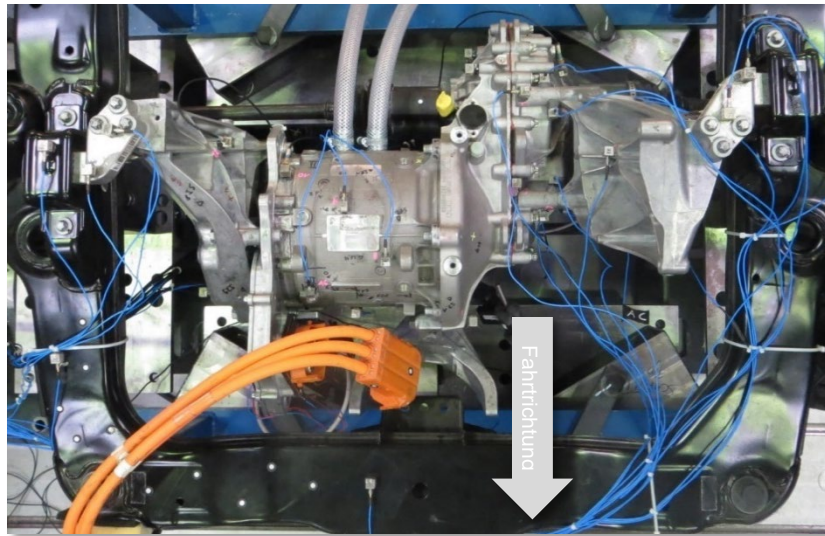
Abbildung 12: MAC-Matrix für den Vergleich von experimentellen (A) und numerischen Daten (B)

Insgesamt zeigt der Vergleich eine gute Überstimmung zwischen den Ergebnissen der experimentellen Modalanalyse und denen der Simulation, die mit der Finiten-Elemente-Methode durchgeführt wurde.

## BEISPIEL 2: ANTRIEBSSTRANG E-FAHRZEUG

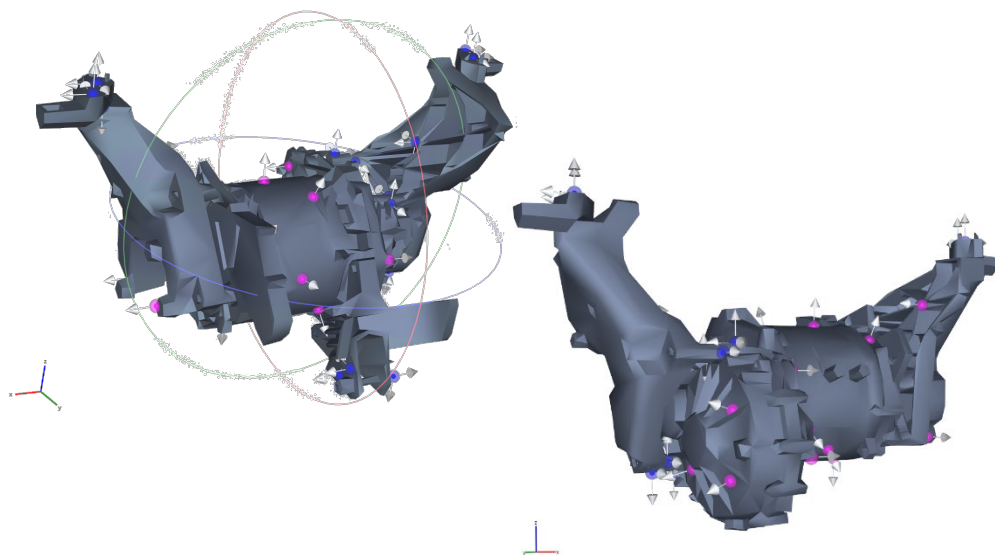
*Messaufbau Antriebstrang*

In diesem Abschnitt werden die Durchführung und die Ergebnisse einer Modalanalyse für den Antriebsstrang eines elektrisch angetriebenen PKWs kurz vorgestellt. Fokus der experimentellen Modalanalyse war in diesem Fall der Kenntniserwerb über die strukturdynamischen Eigenschaften des Antriebs. Abbildung 13 zeigt den auf den Prüfstand montierten Antriebsstrang von oben.



**Abbildung 13:** Antriebsstrang des E-Fahrzeug montiert auf dem Prüfstand

Die Systemantwort des Antriebsstrangs wurde mit 37 triaxialen Beschleunigungsaufnehmern aufgezeichnet. Die Anregung erfolgte mit einem Impulshammer (Stahlspitze) an vier verschiedenen Punkten normal zur Oberfläche. Das verwendete 3D-Modell und die verschiedenen Sensorpositionen sind in Abbildung 14 dargestellt.



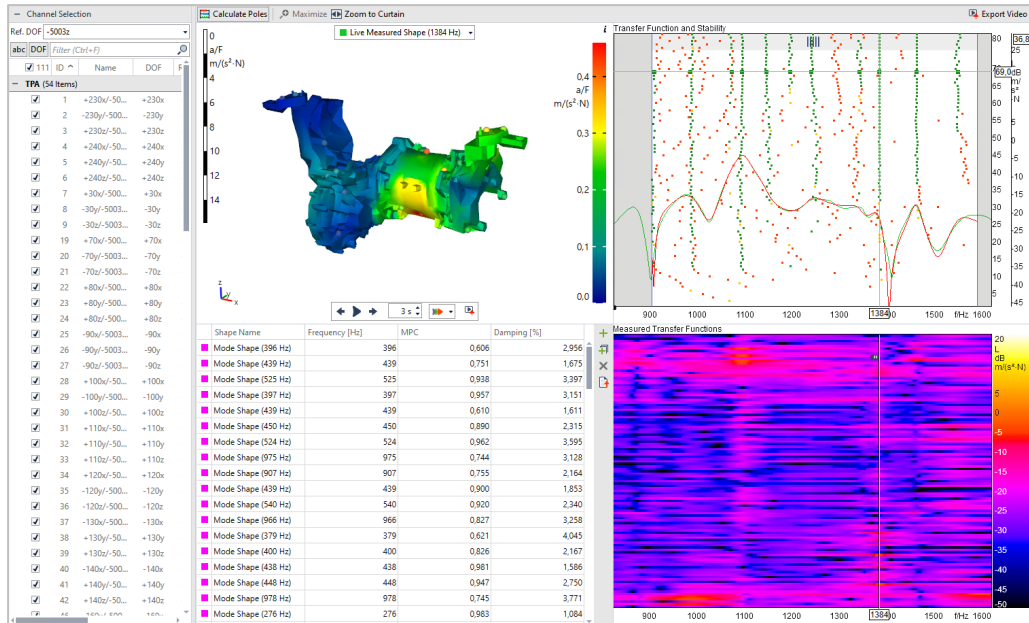
**Abbildung 14:** 3D-Modell des Antriebstrangs inkl. Sensorenposition (links: Ansicht von vorn, rechts: Ansicht von hinten)



Für dieses Beispiel wurde also eine wesentlich höhere Anzahl an Kanälen als im Drehmomentstützen-Beispiel aufgenommen. Zusammen mit den vier Referenzpunkten resultiert dies in einer höheren Anzahl an Transferfunktionen. Die Modalanalyse des Antriebstrangs ist somit deutlich komplexer.

*Auswertung im Modalanalyse-Projekt*

Die Auswertung der Messungen im Modalanalyse-Projekt erfolgte in mehreren Schritten: Die Polberechnungen wurden für verschiedene Frequenzbereiche mit dazu abgestimmten Parametereinstellungen durchgeführt. Außerdem wurden die Polstellen unter Verwendung von Transferfunktionen mit unterschiedlichen Referenzpunkten bestimmt.



**Abbildung 15: Analyse des Antriebstrangs im Modalanalyse-Projekt**

*Berechnete Eigenmoden*

In Abbildung 16 sind drei der gefundenen Eigenmoden dargestellt. Während die Eigenmode bei 276 Hz von der Bewegung der Motortragarme dominiert wird, zeigt die Eigenmode bei 1352 Hz eine Ovalisierung des E-Motor-Gehäuses. Bei 2507 Hz überwiegt die Bewegung der Drehmomentstütze. Es wurden somit Moden in einem breiten Frequenzbereich extrahiert, die von verschiedenen Teilen der Struktur dominiert werden.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen wurden in der Schwingungsformtabelle des Modalanalyse-Projekts zusammengeführt und unter Berücksichtigung verschiedener Bewertungsfaktoren (z.B. MPC-Werte, Vergleichen der gemessenen und approximierten Transferfunktionen, Betrachtung der berechneten Eigenmoden) wurde eine Auswahl von 31 Eigenmoden für einen Frequenzbereich von 230 – 2600 Hz getroffen.

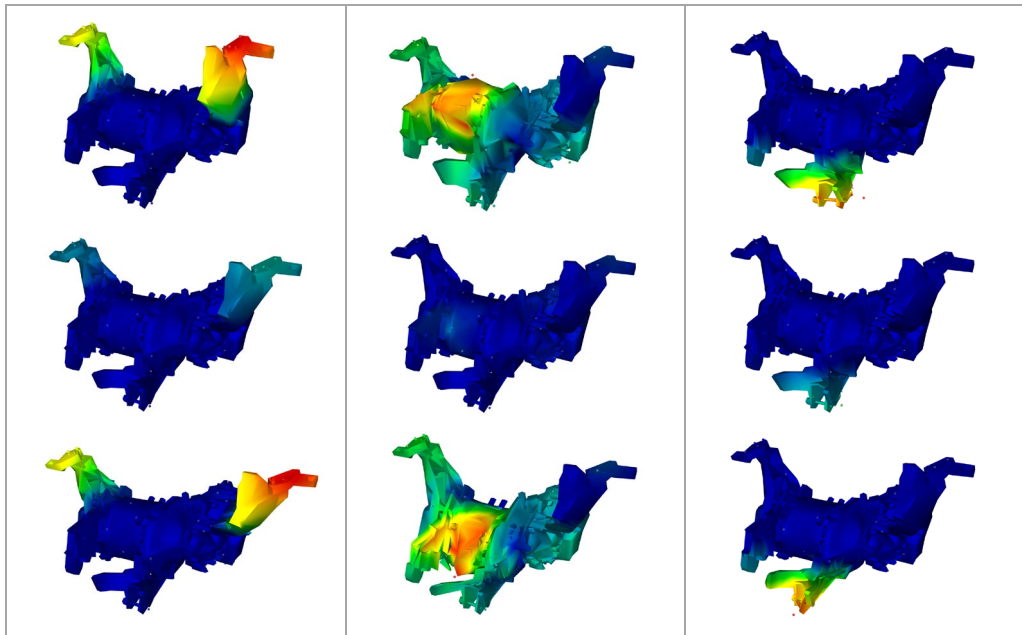


Abbildung 16: Eigenmoden des Antriebsstrangs (links 276 Hz, Mitte: 1352 Hz, rechts: 2553 Hz von hinten)

Auswertung im  
Schwingungsformen-  
Vergleichs-Projekt

Für diese Auswahl wurde dann im Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt die Auto-MAC-Matrix bestimmt (siehe Abbildung 17). Sie zeigt die gewünschten hohen Werte in der Diagonale. Die übrigen Werte sind ausreichend niedrig.

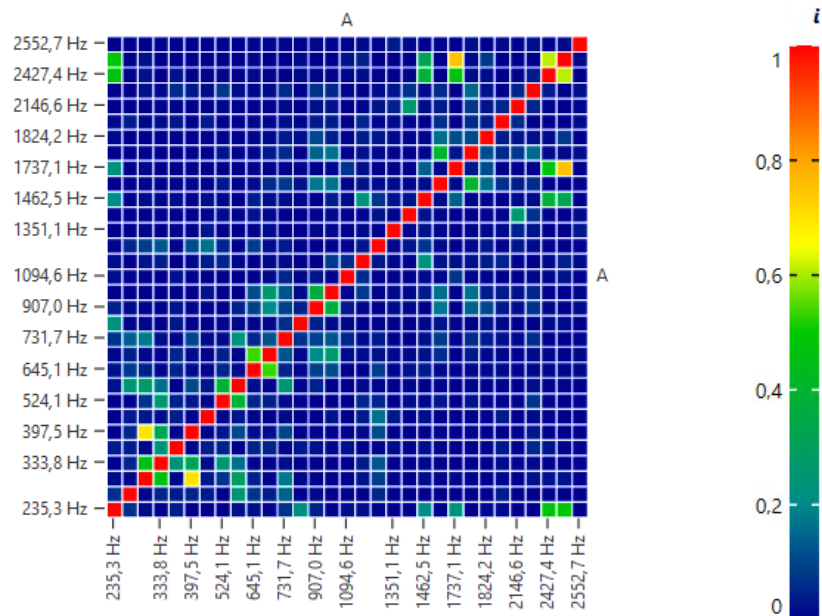


Abbildung 17: Auto-MAC-Matrix der Eigenmoden aus der Modalanalyse im Schwingungsformen-Vergleichs-Projekt

Die gezeigten Messdaten wurden im Rahmen eines geförderten Forschungsprojektes auf einem Prüfstand des Instituts für Maschinenelemente und Systementwicklung der RWTH Aachen University erfasst.

Gefördert durch:



aufgrund eines Beschlusses  
des Deutschen Bundestages

## 4 LITERATURHINWEISE

---

- [1] P. Guillaume et al.  
“A poly-reference implementation of the least-squares complex frequency-domain estimator”  
Proceedings of the International Modal Analysis Conference, February 2003
  
- [2] P. Guillaume, P. Verboven and S. Vanlanduit.  
“Frequency-domain maximum likelihood identification of modal parameters with confidence intervals”  
Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering, September 1998
  
- [3] M. El-Kafafy, P. Guillaume  
“Modal Parameter Estimation of Structures with Overdamped Poles”,  
Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering, January 2010
  
- [4] T. Kamper, M. Wegerhoff, T. Lobato, R. Sottek  
„Simplifying the Extraction of Modal Parameter from Test Data using Neural Network”  
Proceedings of the 48th Annual Conference on Acoustics DAGA, March 2022